

**Nationale Mathematikolympiade****Kreisphase/Sektorenphase der Hauptstadt Bucharest, 2026****X-te Klasse**

**Aufgabe 1.** Wir betrachten die reellen Zahlen  $a, b, x, y > 0$ , mit  $a, b, ab \neq 1$ , und  $c$  eine von Null verschiedene natürliche Zahl, so dass

$$\log_a \sqrt{x} = \log_b \sqrt{cx + y} = \log_{ab} y.$$

- a) Zeigt, dass wenn  $c = 1$ , dann die Zahl  $\frac{y}{x}$  irrational ist.  
b) Beweist, dass die Zahl  $\frac{y}{x}$  dann und genau dann rational ist, wenn  $c$  das Produkt zweier von Null verschiedenen aufeinanderfolgenden Zahlen ist.

**Aufgabe 2.** Bestimmt die Funktionen  $f : \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{C}^*$ , welche zugleich folgende Bedingungen erfüllen

- (1)  $f(z_1 \cdot z_2) = f(z_1) \cdot f(z_2)$ , für alle  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}^*$ ;
- (2)  $\overline{f(z)} = f\left(\frac{1}{z}\right)$ , für alle  $z \in \mathbb{C}^*$ ;
- (3)  $\overline{z} f(z) \in (0, \infty)$ , für alle  $z \in \mathbb{C}^*$ .

*Gazeta Matematică*

**Aufgabe 3.** Löst in  $\mathbb{R}$  die Gleichung

$$2 + 5 \cdot 6^x = 3 \cdot 2^x + 4 \cdot 3^x.$$

**Aufgabe 4.** Für eine jede endliche Menge  $A = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}$  von komplexen von Null verschiedenen Zahlen mit  $n \geq 4$  Elementen definieren wir die Menge:

$$B(A) = \left\{ z_i z_j \mid 1 \leq i < j \leq n \right\}.$$

Bestimmt die Mengen  $A$ , für welche  $A = B(A)$  gilt.

*Arbeitszeit 3 Stunden.*

*Jede Aufgabe wird mit 22,5 Punkte bewertet.*